Esto ya lo sabía...

1. Dibujá lo que se indica y escribí en cada caso qué instrumentos de geometría utilizaste para hacer el dibujo.

a. Dos ángulos que tengan un lado en común y que juntos formen un ángulo llano, con la condición de que uno de ellos sea agudo.

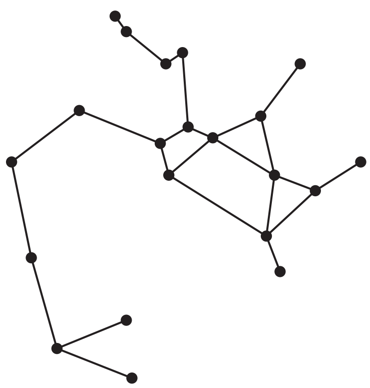
b. Dos ángulos que tengan un lado en común y que juntos formen un ángulo recto.

c. Dos ángulos rectos que tengan un lado en común.

Una constelación es un grupo de estrellas que toma una forma simbólica en el cielo nocturno.

Las civilizaciones o pueblos antiguos las vinculaban con animales o personajes míticos. Actualmente se siguen analizando y tomando en cuenta. La Unión Astronómica Internacional reconoce 88 constelaciones, entre las cuales están representados todos los personajes del Zodíaco.

Este, por ejemplo, es el dibujo de la constelación de Sagitario.

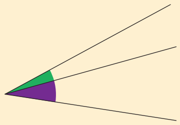


- Señalá sobre el dibujo dos pares de ángulos que tengan un lado en común.

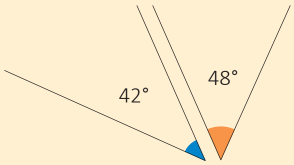
Ángulos en el plano

Ángulos consecutivos, complementarios y suplementarios

Son **consecutivos** los ángulos que tienen solo un lado en común, como los señalados con verde y violeta en el dibujo.

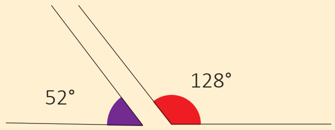


Dos ángulos son **complementarios** cuando sus amplitudes suman 90°.



Estos ángulos son complementarios (cada uno es el complemento del otro) porque 42° + 48° = 90°. Formarían un ángulo recto al hacerlos consecutivos.

Dos ángulos son **suplementarios** cuando sus amplitudes suman 180°.



Estos ángulos son suplementarios (cada uno es el suplemento del otro) porque 52° + 128° = 180°. Formarían un ángulo llano al hacerlos consecutivos.

2. Completá la tabla.

$\hat{\alpha}$	Complemento de $\hat{\alpha}$	Suplemento de $\hat{\alpha}$
62°		
33°		
		126°

Fijate bien

Algunas letras griegas:

- α → alfa
- β → beta
- γ → gamma
- δ → delta
- ε → épsilon
- ϕ → fi
- λ → lambda
- ω → omega
- π → pi

3. **Hacé de profe** Revisá si lo que Nina completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. El suplemento de 74° es 16°.

b. El complemento de 27° es 63°.

c. El suplemento de un ángulo recto mide 0°.

d. El complemento de un ángulo recto mide 90°.

4. **Estrategia: buscar ejemplos** Completá estos carteles con ***siempre***, ***a veces*** o ***nunca*** según corresponda.

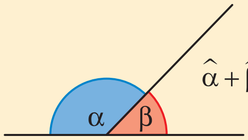
El complemento de un ángulo agudo .... es obtuso.

El suplemento de un ángulo obtuso .... es agudo.

El suplemento de un ángulo .... es un ángulo recto.

Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

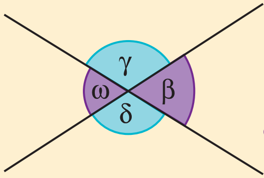
Dos ángulos son **adyacentes** si son consecutivos y suplementarios.



$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$

Los ángulos dibujados son adyacentes: tienen un lado en común y forman un ángulo llano.

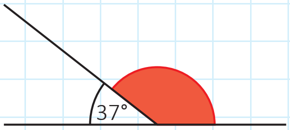
Los ángulos **opuestos por el vértice** son aquellos cuyos lados son semirrectas opuestas. Estos ángulos tienen igual amplitud.



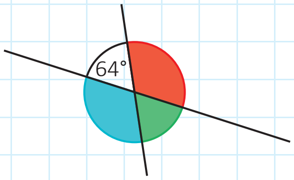
$\hat{\omega} = \hat{\beta}$ y $\hat{\gamma} = \hat{\delta}$

5. Calculá la amplitud de los ángulos coloreados. Escribí tus cálculos y tus explicaciones.

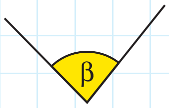
a.



b.

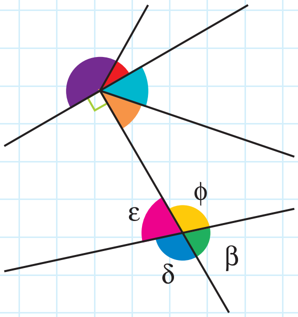


6. **Estrategia: hacer un dibujo** Completá la conclusión.



$\hat{\alpha}$ es adyacente a $\hat{\beta}$ y $\hat{\varepsilon}$ también es adyacente a $\hat{\beta}$.
$\hat{\alpha}$ y $\hat{\varepsilon}$ son ....

7. Observá el dibujo.



a. Nombrá:
- ✓ un ángulo complementario al celeste:
- ✓ uno suplementario al rojo:
- ✓ uno adyacente a $\hat{\beta}$:
- ✓ el opuesto por el vértice de $\hat{\varepsilon}$:

b. Si $\hat{\delta} = 108°$, ¿podés calcular cuánto miden $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\varphi}$? Explicá cómo lo pensás.

c. Si el ángulo anaranjado mide 41° y el rojo, 31°, ¿cuánto mide el celeste? ¿Y el violeta? Escribí los cálculos que hacés.

Operaciones con ángulos

Suma y resta

Para medir ángulos en el sistema sexagesimal se usa el **grado (°)**. Cada una de las 360 partes iguales en que se divide un ángulo de un giro mide 1°. Para ángulos menores que 1° se usan los **minutos (′)** y los **segundos (″)**.

Un grado son 60 minutos → **1° = 60′**   Un minuto son 60 segundos → **1′ = 60″**

Para operar se suman o restan por separado las cantidades de igual denominación. Para restar, si es necesario, se transforma **1°** en **60′** o **1′** en **60″**.
En el resultado final, los minutos y los segundos deben ser menores que 60.

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 64^\circ & 37' & 29'' \\
+ & 32^\circ & 41' & 54'' \\
\hline
 & 96^\circ & 78' & 83'' \\
 & +\ 1^\circ & +\ 1' & -\ 60'' \\
\hline
 & \mathbf{97^\circ} & 79' & \mathbf{23''} \\
 & & -\ 60' & \\
\hline
 & & \mathbf{19'} &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rrrr}
 & & 41' & 79'' \\
 & 127^\circ & \cancel{42'} & \cancel{19''} \\
- & 93^\circ & 35' & 44'' \\
\hline
 & \mathbf{34^\circ} & \mathbf{6'} & \mathbf{35''}
\end{array}
$$

8. Tené en cuenta que $\hat{\beta} = 52° \ 11' \ 53''$ y $\hat{\gamma} = 147° \ 29' \ 32''$ y calculá. Luego podés controlar con la calculadora si lo hiciste bien.

a. $\hat{\beta} + \hat{\gamma} =$

c. El complemento de $\hat{\beta} =$

b. $\hat{\gamma} - \hat{\beta} =$

d. El suplemento de $\hat{\gamma} =$

Fijate bien

Para ingresar 8° 29′ 7″ en la calculadora se pulsa:

8 °′″ 2 9 °′″ 7 °′″

En el visor, los símbolos de los minutos y los segundos se ven como los de los grados.

9. Seguí las pistas y descubrí cuál es la tarjeta que le corresponde a cada uno.

- ✓ El ángulo de la tarjeta de Ramiro es lo que le falta al ángulo suplementario de 125° 19′ para ser recto.
- ✓ La diferencia entre 147° 28′ 40″ y 32° 53″ es la amplitud del ángulo de Pedro.
- ✓ La amplitud del ángulo de Tomás es lo que le falta al ángulo de Pedro para ser llano. La tarjeta sobrante es de Uri.

115° 27′ 47″

64° 32′ 13″

114° 35′ 40″

35° 19′

10. Calculá.

a. El triple de un ángulo de 65° 33’ 29”.

b. La cuarta parte de un ángulo de 128° 36’ 56”.

Multiplicación y división con medidas angulares

Se multiplica y se divide cada columna por separado. Al dividir los grados, los minutos y los segundos (en ese orden), si el resto no es 0, este se transforma en minutos o segundos, según el caso.

$$
\begin{array}{rrr}
52^\circ & 23' & 48'' \\
 & \times & 3 \\
\hline
156^\circ & 69' & 144'' \\
+\ 1^\circ & +\ 2' & -\ 120'' \\
\hline
\mathbf{157^\circ} & 71' & \mathbf{24''} \\
 & -\ 60' & \\
\hline
 & \mathbf{11'} &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rrr|l}
124^\circ & 17' & 120'' & \ 3 \\
\cline{4-4}
1^\circ \rightarrow & +\ 60' & 0'' & 41^\circ\ 25'\ 40'' \\
\cline{2-2}
 & 77' & & \\
 & 2' & &
\end{array}
$$

11. ✔ Hacé de profe Revisá si lo que Seba completó con violeta es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. La cuarta parte de 148° 24” supera a la mitad de 56° 19’ en 8° 50’ 36”.

b. Cinco ángulos consecutivos de 19° 28’ 41” cada uno, junto con otro consecutivo de 7° 23’ 25” forman un llano.

12. El doble del ángulo que pensó Marina es 86° 59’ 46” y la tercera parte del que escribió Milena, 31° 57’ 20”. ¿Cuánto suman los dos ángulos que pensaron?

Tengo tarea

13. Considerá estos ángulos.

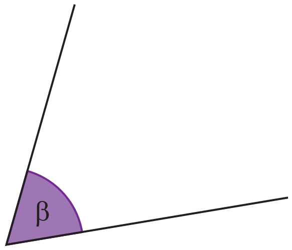
$\hat{\alpha} = 76°\ 27'\ 52''$ $\hat{\beta} = 56°\ 39'$

a. ¿En cuánto supera el triple de $\hat{\beta}$ a $\hat{\alpha}$?

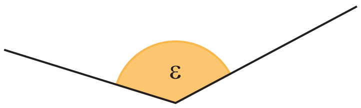
b. El complemento de $\hat{\alpha}$, ¿es menor o mayor que la tercera parte de $\hat{\beta}$? ¿Cuánto más o cuánto menos mide?

14. Dibujá.

a. Un ángulo $\hat{\varepsilon}$ complementario de $\hat{\beta}$ y otro $\hat{\alpha}$ suplementario de $\hat{\beta}$.



b. Un ángulo $\hat{\alpha}$ opuesto por el vértice de $\hat{\varepsilon}$ y otro $\hat{\beta}$ adyacente a $\hat{\varepsilon}$.



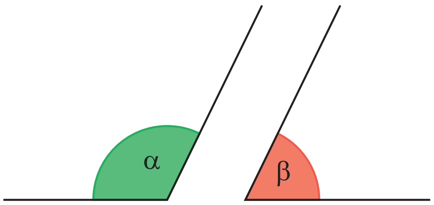
15. Completá el cuadro.

$\hat{\delta}$	**Complemento de $\hat{\delta}$**	**Suplemento de $\hat{\delta}$**
76°		
	32°	
		127°
34° 45’		

16. Pipo dice que no hay ningún ángulo que mida igual que su complementario. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

17. ¿Cuánto mide un ángulo cuya amplitud es igual a la de su suplementario?

18. Sol dice que $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son adyacentes porque sus amplitudes suman 180°. ¿Estás de acuerdo?



19. **Estrategia: buscar ejemplos** Completá con *siempre*, *a veces* o *nunca*.

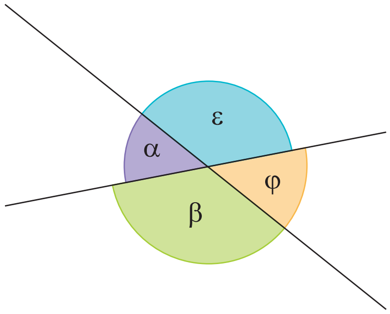
a. Dos ángulos opuestos por el vértice .... tienen igual amplitud.

b. Dos ángulos opuestos por el vértice .... son suplementarios.

c. Dos ángulos adyacentes .... son complementarios.

d. Dos ángulos opuestos por el vértice .... son complementarios.

20. Calculá la amplitud de los ángulos señalados considerando que $\hat{\varphi}$ mide el doble del complemento de 65° 15’. Escribí los cálculos que hacés.



21. Tené en cuenta los siguientes ángulos y calculá.

$\hat{\pi} = 52°\ 32'\ 16''$ $\quad\hat{\gamma} = 111°\ 54''$

$\hat{\omega} = 136°\ 42'$ $\quad\hat{\varepsilon} = 69°\ 13'\ 26''$

a. $\hat{\pi} + \hat{\omega} + \hat{\varepsilon}$

b. $\hat{\gamma} + \hat{\pi} - \hat{\omega}$

c. $2\hat{\varepsilon} - \hat{\pi}$

d. $\frac{1}{2}\hat{\gamma} + \hat{\omega}$

e. $\left(\hat{\pi} + \hat{\omega}\right) : 4$

f. El doble de $\left(\hat{\omega} - \hat{\varepsilon}\right)$.

g. $3\hat{\pi} - 2\hat{\varepsilon}$

h. La mitad de $\left(\hat{\pi} + \hat{\gamma}\right)$.

22. El cuádruple de la amplitud de $\hat{\alpha}$ es 131° 12’ y la tercera parte de la amplitud de $\hat{\beta}$ es 49° 4’.

a. ¿Son suplementarios los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$? ¿Por qué?

b. Calculá el complemento de $\hat{\alpha}$.

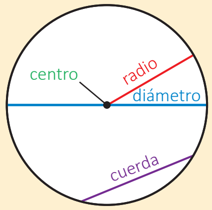
Circunferencia

23. Dibujá una circunferencia de 2 cm de radio. Luego, marcá un diámetro y una cuerda que no pase por el diámetro.

Circunferencia

Todos sus puntos están a la misma distancia de otro llamado **centro**. Esa distancia es el **radio**.

Cualquier segmento que une dos puntos de la circunferencia es una **cuerda**. Si la cuerda pasa por el centro, es un **diámetro** y mide el doble que el radio.



24. **Estrategia: probar con ejemplos** Observá la circunferencia que trazaste en la actividad **23**.

a. ¿Se puede trazar una cuerda de 5 cm?

b. ¿Cuál es la mayor longitud que puede tener una cuerda de esa circunferencia?

25. **Estrategia: buscar una regla general** Probá con distintos ejemplos. Luego completá el último enunciado.

a. Dibujá dos circunferencias de radios distintos, de modo que la distancia entre los centros sea igual que la suma de los radios.

b. Dibujá dos circunferencias de radios distintos, de modo que la distancia entre los centros sea menor que la suma de los radios.

c. Dibujá dos circunferencias de radios distintos, de modo que la distancia entre los centros sea mayor que la suma de los radios.

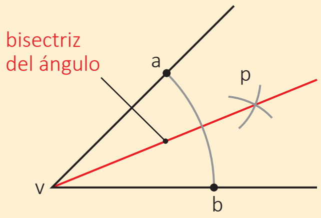
- *Dos circunferencias tienen solo un punto en común si la distancia entre los centros es .... que la suma de los radios; y tienen .... puntos en común si la distancia entre los centros es menor que la suma de los radios. Cuando la distancia entre los centros es .... que ...., las circunferencias no tienen puntos en común.*

Nombre: .... Curso: .... Fecha: ....

Bisectriz y mediatriz

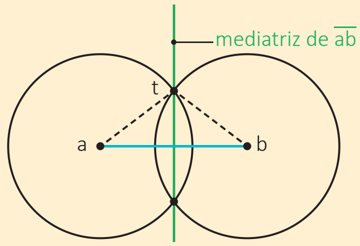
La **bisectriz de un ángulo** es la semirrecta, con origen en el vértice, que lo divide en dos partes iguales.

Para trazarla con compás, se marca un arco con centro en el vértice **v** que corte los lados en dos puntos, **a** y **b**. Se pincha en **a** y en **b**, y se trazan dos arcos de igual abertura, que se corten en un punto **p**. Luego se traza una semirrecta con origen en **v que pasa por p**.



La **mediatriz de un segmento** es la recta perpendicular a este que pasa por su punto medio. Cada punto de la mediatriz equidista (está a la misma distancia) de los extremos del segmento.

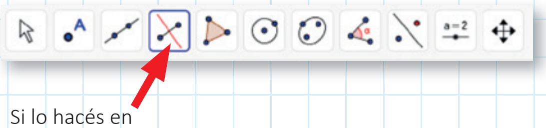
Para trazarla, se pincha con el compás en los extremos del segmento y se dibujan dos circunferencias de igual radio, que se corten en dos puntos. Luego se traza la recta que pasa por esos dos puntos.



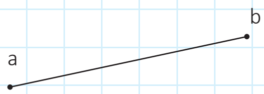
El punto **t** está a la misma distancia de **a** y de **b**.

26. Seguí los pasos que indicó el profesor de Alejo.

a. "Tracen la mediatriz del segmento".

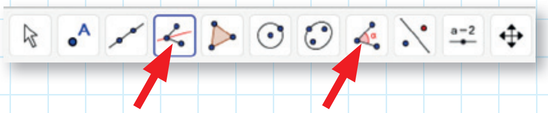


Si lo hacés en GeoGebra, usá esta herramienta.

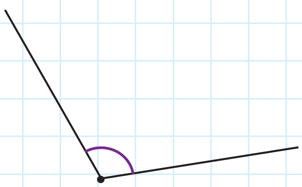


b. "Marquen un punto **e** que pertenezca a la mediatriz. Luego tracen una circunferencia con centro en **e** que pase por **a**".
Alejo afirma que es seguro que esa circunferencia pasará también por **b**. ¿Por qué puede asegurarlo?

27. Trazá la bisectriz del ángulo y luego comprobá si las amplitudes de los dos ángulos en que quedó dividido son iguales.



Si lo hacés en GeoGebra, usá las herramientas señaladas.



Tengo tarea

28. Trazá dos ángulos adyacentes $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$. Luego, dividí $\hat{\alpha}$ en dos partes iguales y trazá las bisectrices de cada una de ellas. Damián dice que cada uno de estos ángulos que quedan determinados representan la cuarta parte del suplemento de $\hat{\beta}$. ¿Tiene razón? ¿Por qué? Mostrá cómo razonás.

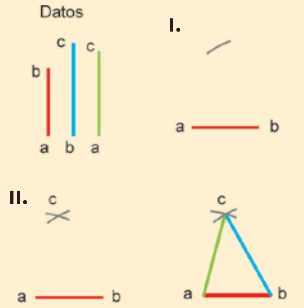
Triángulos: construcciones y suma de ángulos interiores

Algunas construcciones

Dados los 3 lados

I. Se traza, por ejemplo, el segmento $\overline{ab}$. Se abre el compás con la medida del segmento celeste, se pincha en **b** y se traza un arco.

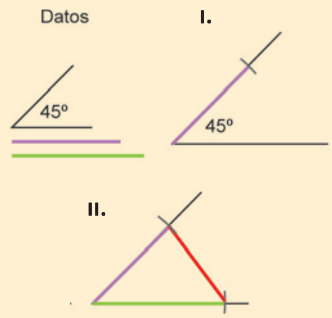
II. Luego se abre el compás con la medida del segmento verde y se hace otro arco con centro en **a** que corte el primero. Queda determinado así el punto **c**.



Dados 2 lados y el ángulo comprendido

I. Se dibuja un ángulo de la amplitud indicada. Sobre uno de los lados del ángulo se traslada, con compás, el segmento violeta.

II. Sobre el otro lado se transporta el segmento verde. Se completa el triángulo trazando el tercer lado.



Clasificación de triángulos

Según sus lados
- **Escaleno:** 3 lados distintos.
- **Isósceles:** 2 lados de igual longitud.
- **Equilátero:** 3 lados de igual longitud.

Según sus ángulos
- **Acutángulo:** 3 ángulos agudos.
- **Rectángulo:** un ángulo recto.
- **Obtusángulo:** un ángulo obtuso.

29. Dibujá cada triángulo con regla y compás. Luego, clasificalos según sus lados y sus ángulos.

GG

a. Con tres lados de 3 cm.

b. Con un lado de 4 cm y otros dos de 2,5 cm.

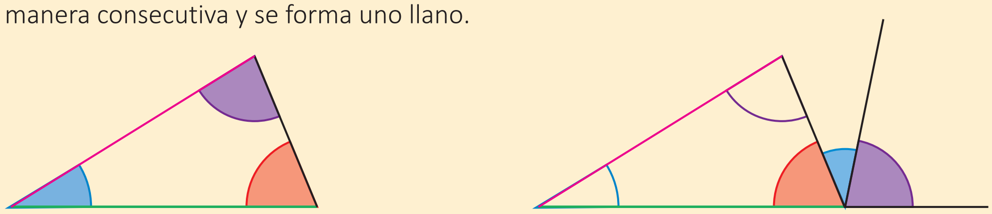
c. Con dos lados de 3,5 cm y el ángulo comprendido entre ellos, de 65°.

30. Dibujá, con regla y compás, un triángulo cuyos lados midan 4 cm, 3 cm y 2 cm. Luego, trazá otros triángulos cambiando la posición del vértice que no pertenece al lado de 4 cm y observá cómo varían las longitudes de los otros dos lados. ¿Podrías hacer que estos midan 2 cm cada uno? ¿Y que midan 1,5 cm y 2 cm?

Nombre: .... Curso: .... Fecha: ....

Propiedades de los triángulos

- Cada lado es menor que la suma de los otros dos.
- El ángulo mayor se opone al lado mayor.
- Los ángulos opuestos a los lados de igual longitud tienen la misma amplitud.
- **La suma de sus ángulos interiores es 180°**. Esto se puede comprobar si se agrupan los tres ángulos de manera consecutiva y se forma uno llano.



El ángulo violeta es opuesto al lado verde.
Los ángulos azul y violeta son adyacentes al lado rojo.

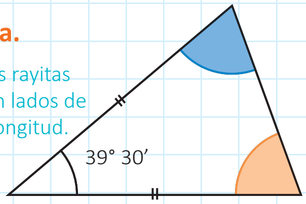
31. Indicá cuál o cuáles de estas ternas pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo y por qué.

6 cm, 4 cm, 3 cm. 10 cm, 5 cm, 5 cm. 9 cm, 4,5 cm, 2 cm. 7 cm, 4 cm, 4 cm.

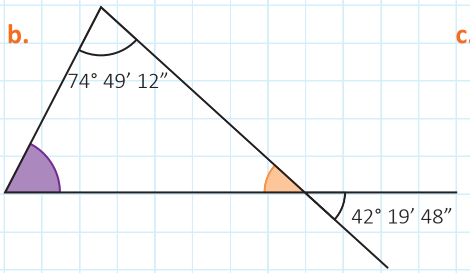
32. Calculá, en cada caso, sin usar el transportador, las amplitudes de los ángulos coloreados. Luego clasificá cada triángulo según sus ángulos.

a.

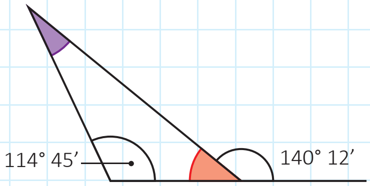
Las dos rayitas indican lados de igual longitud.



b.



c.



33. **Hacé de profe** Revisá si lo que Andrea completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. Si un triángulo rectángulo es isósceles, entonces tiene ángulos agudos con una amplitud de 60° y 30°.

b. Los ángulos interiores de un triángulo equilátero miden 30°.

Tengo tarea

34. Indicá si es **posible** o **imposible** construir un triángulo en cada caso y por qué.

a. Con tres ángulos rectos.
b. Con un ángulo recto y dos obtusos.
c. Con tres ángulos de 55°.
d. Con ángulos de 110° 20´, 34° y 35° 40´.
e. Con lados de 9 cm, 4,5 cm y 3,5 cm.
f. Con lados de 8 cm, 5 cm y 3 cm.

Cuadriláteros

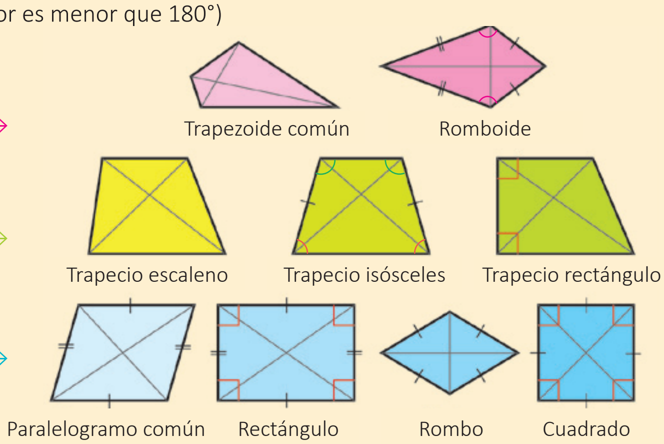
Clasificación de cuadriláteros convexos y propiedades de los ángulos

Los cuadriláteros convexos (cada ángulo interior es menor que 180°) se pueden clasificar así:

Trapezoides: ningún par de lados paralelos.

Trapecios: solo un par de lados paralelos.

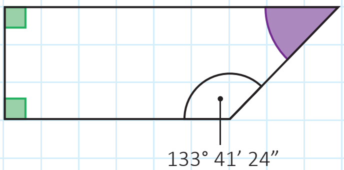
Paralelogramos: dos pares de lados paralelos.



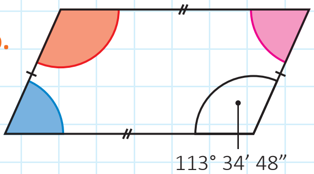
- En cualquier cuadrilátero convexo, la **suma de los ángulos interiores** es **360°**.
- Los **romboides** tienen un par de ángulos opuestos de igual amplitud.
- Los **trapecios isósceles** tienen los **ángulos agudos de igual amplitud** y los **obtusos también. Cada agudo es suplementario de cada obtuso.**
- En los **paralelogramos**, los **ángulos opuestos tienen igual amplitud** y los dos **ángulos que no son opuestos suman 180°**.

35. Calculá en cada caso, sin usar el transportador, las amplitudes de los ángulos coloreados.

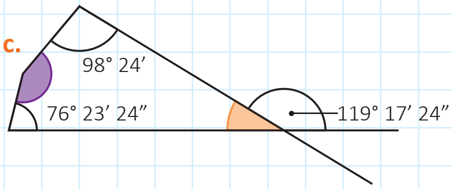
a.



b.



c.



36. **Estrategia: aplicar propiedades de los ángulos** ¿Quién o quiénes dicen la verdad? ¿Por qué?

Maru: "Dibujé un rombo con ángulos de 54 grados y 116 grados".

Maite: "El trapecio que construí tiene ángulos de 102° 25' y 77° 35', y es isósceles".

Facu: "Hice un romboide con un ángulo de 99° opuesto a otro de 83°. Los otros dos ángulos son rectos".

37. Construí en cada recuadro blanco con regla y compás.

GG

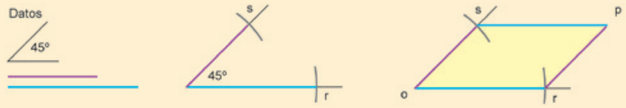
a. Un paralelogramo común con un lado de 4,5 cm y un ángulo de 50°.

b. Un rombo de 3 cm de lado y un ángulo de 65°.

c. Un paralelogramo común con una base de 4,5 cm y 3 cm de altura.

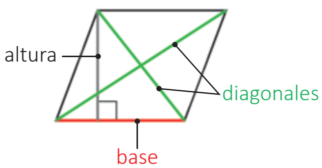
Construcción de paralelogramos

Dados dos lados y un ángulo.



Se traza el ángulo y se marcan los lados dados. Luego se trazan las paralelas a cada lado y así se determina el vértice faltante, **p**.

Fijate bien



38. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** Escribí el nombre de un cuadrilátero en cada caso. Para ello, dibujá las dos diagonales de modo que cumplan lo que se indica y trazá los lados del cuadrilátero.

DIAGONALES	CUADRILÁTERO
No son iguales y se cortan de manera perpendicular por su punto medio.	
Son perpendiculares que se cortan en el punto medio de una sola de ellas.	
Son perpendiculares y el punto donde se cortan no es punto medio de ninguna de ellas.	
Tienen igual longitud, no son perpendiculares y se cortan en su punto medio.	
Tienen igual longitud, no son perpendiculares y no se cortan en el punto medio de ninguna de las dos.	

Tengo tarea

39. Construí sobre papel liso.

a. Un romboide con lados de 2,5 cm y 4 cm y el ángulo comprendido de 115°. Podés pensarlo como dos triángulos isósceles que comparten un lado.

b. Un cuadrado de 4,5 cm de lado.

c. Un rombo de 4 cm de lado.

d. Un trapecio rectángulo cuyos lados paralelos midan 5,5 cm y 3,5 cm, y su altura, 2 cm.

Polígonos. Suma de ángulos interiores

Nombre de los polígonos

Se trabajará con polígonos convexos (cada uno de sus ángulos interiores es menor que un llano).

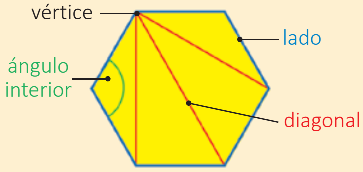
3 lados	4 lados	5 lados	6 lados	7 lados	8 lados	9 lados	10 lados	12 lados
triángulo	cuadrilátero	pentágono	hexágono	heptágono	octógono	eneágono	decágono	dodecágono

Suma de los ángulos interiores (SAI) de un polígono

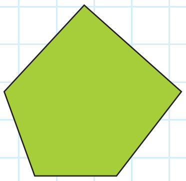
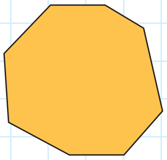
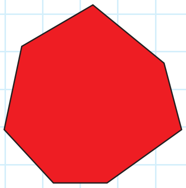
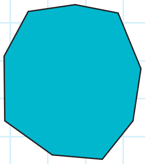
Si se trazan desde un mismo vértice todas las diagonales de un polígono convexo de **n** lados, este queda dividido en **n – 2** triángulos.

El hexágono queda dividido en 4 triángulos. Como la suma de los ángulos interiores de cada triángulo es 180°, la del hexágono resulta: SAI = 180° · 4 = 720°.

Para un polígono de **n** lados: **SAI = 180° · (n – 2)**.



40. Calculá la suma de los ángulos interiores de estos polígonos. ¿Cuál es el nombre de cada uno?

a.  **b.**  **c.**  **d.** 

41. ¿Cuántos lados tiene el polígono que se esconde en cada tarjeta?

La suma de los ángulos interiores de este polígono es 1.440°.

Al trazar todas las diagonales desde un vértice, queda dividido en 10 triángulos.

Los ángulos interiores de este polígono suman 1.620°.

42. Felipe contó que construyó un polígono y la suma de sus ángulos interiores es 630°. Su amigo dice que no puede ser. ¿A qué pensás que se refiere? ¿Tiene razón el amigo?

43. Estrategia: probar con ejemplos Indicá si es verdadero o falso.

a. Al duplicar el número de lados de un polígono, se duplica la SAI.

b. Al triplicar la SAI, no se triplica el número de triángulos en que queda dividido el polígono al trazar las diagonales desde un vértice.

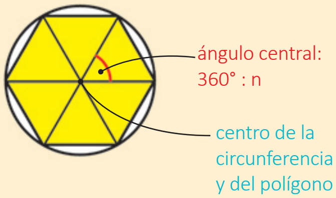
Nombre: .... Curso: .... Fecha: ....

Polígonos regulares

Características de los polígonos regulares

Tienen todos sus lados de la misma longitud y todos sus ángulos interiores de igual amplitud. Se los puede inscribir en una circunferencia, es decir, tienen sus vértices en ella.

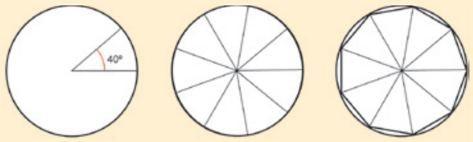
Cada **ángulo central** de un polígono de **n** lados mide **360° : n** .



Construcción de polígonos regulares inscriptos en una circunferencia

Para un eneágono regular (n = 9), la amplitud de cada ángulo central es 360° : 9 = 40°.

- Se traza con el transportador un ángulo central de 40°.
- Se trazan los restantes ángulos centrales, uno consecutivo con el otro, y se unen los puntos (vértices del polígono) donde los lados de los ángulos cortan la circunferencia.



También se puede construir así:

- Se traza un ángulo central, que marca dos vértices del polígono, y se traza el lado que determinan.
- Luego se mide ese lado con el compás y, con esa medida, a partir de uno de los dos vértices, se trazan 7 arquitos consecutivos sobre la circunferencia, y se dibujan los lados uniendo los puntos.

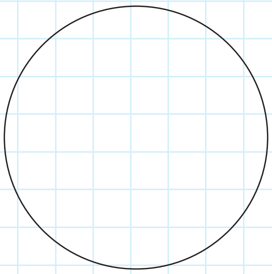
44. Construí los polígonos pedidos e indicá cuánto mide cada ángulo central y cada ángulo interior.

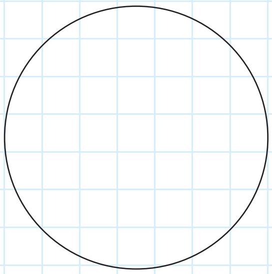
a. **HEXÁGONO REGULAR** **b.** **PENTÁGONO REGULAR** **c.** **OCTÓGONO REGULAR**

45. Malena construyó un polígono regular con un ángulo central de 36°; en cambio, en el que hizo Julia, un ángulo central mide 30°.

a. ¿Qué polígono construyó cada una? Malena → Julia →

b. Inscribí cada uno en las circunferencias.





46. Ana dice que construyó un polígono regular con un ángulo central de 80°. Maite dice que no puede ser. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

47. Dibujá una circunferencia de 3 cm de radio, con centro en **o**, y otra con el mismo centro, de 8 cm de diámetro. Luego ubicá lo que se indica.

a. Con rojo, tres puntos a más de 3 cm de **o**, pero a menos de 4 cm.

b. Con azul, dos puntos interiores a la circunferencia de 3 cm de radio y, con verde, 3 puntos exteriores a la otra circunferencia.

c. Con violeta, cinco puntos a 4 cm del centro.

48. **Estrategia: buscar reglas generales** Trazá dos ángulos adyacentes $\hat{\beta}$ y $\hat{\varepsilon}$. Luego dibujá la bisectriz de cada uno. ¿Cuánto mide el ángulo que determinan ambas bisectrices? Compará con tus compañeros y escribí una conclusión.

49. Dibujá la mediatriz de un segmento que mida más de 7 cm pero menos de 7,5 cm.

50. La profe propuso este desafío en el pizarrón: *Hay que ubicar un punto negro a igual distancia de estos puntos marcados.*
Enzo dice que hay una sola opción; en cambio, Lola opina que hay más de una posibilidad. ¿Quién tiene razón? Marcá la o las posibilidades, y explicá qué instrumentos de geometría usaste.

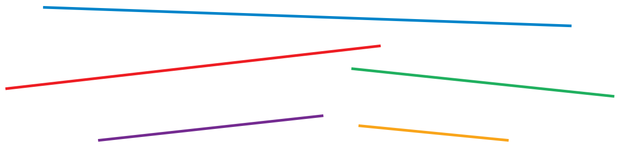
51. Dibujá estos triángulos con regla y compás. Luego clasificalos según sus lados y sus ángulos.

a. Con lados de 4 cm, 5 cm y 6 cm.

b. Con lados de 3 cm, 5 cm y el ángulo comprendido de 50°.

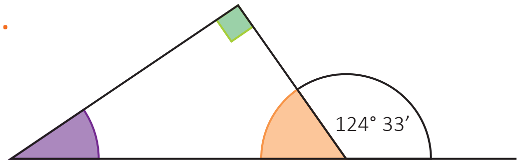
c. Con un lado de 5,5 cm y sus ángulos adyacentes de 70°.

52. Elegí 3 segmentos con los que podrías armar un triángulo y explicá cómo hiciste para saber que con ellos la construcción será posible.

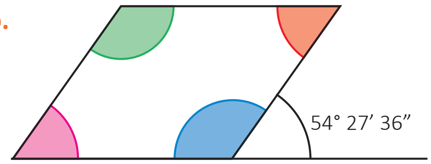


53. Calculá las amplitudes de los ángulos coloreados y explicá cada paso de tu razonamiento.

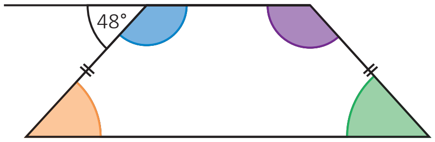
a.



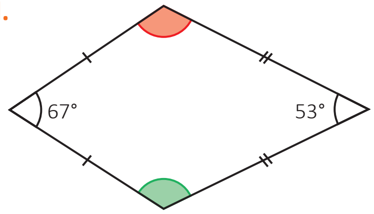
b.



c.



d.



54. Los ángulos interiores de un polígono regular suman 3.240°.

a. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

b. ¿Cuál es la amplitud de cada uno de sus ángulos interiores?

c. ¿Cuánto mide cada ángulo central?

55. Uno de los ángulos centrales de un polígono regular mide 24°.

a. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

b. ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores?

c. ¿Cuál es la amplitud de cada ángulo interior?

56. Completá las tablas.

$\hat{\alpha}$	Complemento de $\hat{\alpha}$
33° 42′ 9″	
	65° 53′
	49° 14″

$\hat{\delta}$	Suplemento de $\hat{\delta}$
	78° 23′
107° 11′	
	132° 33″

57. Respondé.

a. Pablo dice que el complemento del ángulo recto y el suplemento del ángulo llano tienen igual amplitud. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

b. ¿Cómo son las amplitudes del complemento de un ángulo nulo (0°) y el suplemento de uno recto?

58. **Estrategia: ensayo y error** La profe preguntó si la amplitud del complemento de un ángulo agudo es mayor, menor o igual que la del suplemento de un ángulo agudo. ¿Podés responder aunque no conozcas cuánto mide el ángulo o te faltan datos? Explicá cómo lo pensás.

59. Indicá si cada afirmación es verdadera o falsa. En caso de ser falsa, explicá o mostrá por qué.

a. El complemento de un ángulo agudo siempre es un ángulo obtuso.

b. El suplemento de un ángulo obtuso nunca es un ángulo recto.

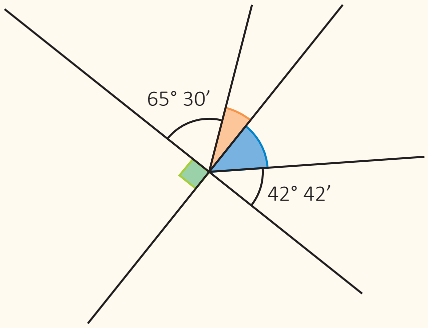
c. Si dos ángulos son suplementarios, entonces son adyacentes.

d. Si dos ángulos son consecutivos, entonces son adyacentes.

e. Dos ángulos opuestos por el vértice pueden tener diferente amplitud.

f. Si dos ángulos son adyacentes, entonces es seguro que uno es agudo y el otro es obtuso.

60. Calculá la amplitud de los ángulos coloreados. Mostrá los cálculos que hacés.



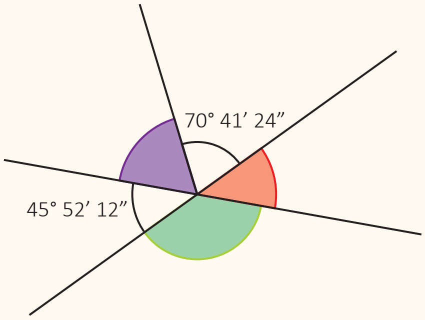
61. Mirá el dibujo de la actividad anterior y calculá el complemento del ángulo que forman juntos el celeste y el anaranjado.

62. Observá el dibujo.

a. Hallá las amplitudes de los ángulos coloreados.

b. Nombrá dos pares de ángulos adyacentes.

c. Nombrá un par de ángulos opuestos por el vértice.



63. Respondé teniendo en cuenta las amplitudes de los ángulos de la actividad anterior.

a. ¿En cuánto supera el ángulo recto al ángulo opuesto por el vértice al rojo?

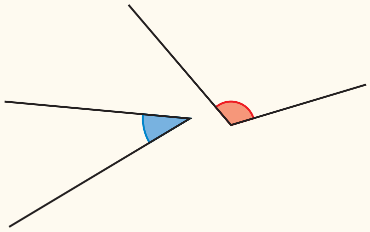
b. ¿Supera el ángulo verde al ángulo violeta en más de 25° 16′ o en menos? ¿En cuánto más o en cuánto menos?

64. Calculá.

a. ¿Cuántos minutos hay en 73° 38′? ¿Y en 116° 19′?

b. ¿Cuántos segundos hay en 64° 32″? ¿Y en 121° 27′ 51″?

65. Trazá la bisectriz de cada uno de estos ángulos.



66. Trazá un segmento que mida más de 7,5 cm y menos de 8 cm. Luego, dividilo en 4 partes de igual longitud, pero sin usar la regla para medir.

67. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** En el triángulo **abc**, el ángulo $\hat{a}$ mide 44° 27′ 8″ y el adyacente a $\hat{b}$, 107° 45′. ¿Cuánto mide $\hat{c}$? Clasificá el triángulo por sus lados y por sus ángulos.

68. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** En el triángulo **mnp**, el ángulo opuesto por el vértice a $\hat{n}$ mide 64° 29′ 36″ y el adyacente al ángulo $\hat{p}$, 159° 29′ 36″. ¿Cuál es la amplitud de $\hat{m}$? Clasificá el triángulo por sus lados y por sus ángulos.

69. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** En un triángulo isósceles, el complemento del ángulo diferente mide 47° 15′. Sol dice que el triángulo es obtusángulo. ¿Tiene razón?

70. Joaco contó que cada uno de los ángulos del triángulo que dibujó mide menos de 60°. Lucas dice que no puede ser. ¿Por qué no puede ser?

71. Indicá, en cada caso, si se forma un triángulo o no. Luego clasificá los posibles.

$\overline{ab}$	$\overline{bc}$	$\overline{ca}$	**Sí/No**	Según sus lados
4 cm	9 cm	5 cm		
10 cm	6 cm	6 cm		
7 cm	7 cm	7 cm		

72. Dibujá estos triángulos con regla y compás.

a. Con tres lados de 4,5 cm.

b. Con lados de 5,5 cm, 6 cm y el ángulo comprendido de 105°.

c. Con un lado de 7 cm y sus ángulos adyacentes de 85° y 50°.

73. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** El adyacente del ángulo $\hat{a}$ del paralelogramo **abcd** mide 64° 29′ 36″. ¿Cuál es la amplitud de cada uno de los ángulos interiores? Mostrá los pasos que seguís para averiguarlo.

74. Uno de los ángulos interiores de un trapecio isósceles mide 55° 15′. Calculá la amplitud de los tres ángulos restantes.

75. Tres de los ángulos interiores del cuadrilátero que dibujó Agustín miden 83° 32′, 58° 46′ y 50° 38′. ¿Es cierto que la amplitud del otro ángulo es el doble que la del primero?

76. Construí con regla y compás.

a. Un paralelogramo común de 6,5 cm de base y 4 cm de altura.

b. Un rombo de 5 cm de lado que tenga un ángulo de 75°.

77. **Hacé de profe** Revisá si lo que Iván completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. La suma de los ángulos interiores de un polígono de 16 lados es 2.880°.

b. La suma de los ángulos interiores de un polígono de 15 lados es 2.340°.

c. Al trazar las diagonales desde un vértice de un polígono de 11 lados, este queda dividido en 13 triángulos.

d. Cada ángulo interior de un octógono regular mide 45°.

78. Trazá una circunferencia y construí un polígono regular cuyo ángulo central mida 40°. Hacelo bastante grande. Luego, escribí qué nombre lleva el polígono y calculá la amplitud de cada ángulo interior.

Saquen una hoja

AUTOEVALUACIÓN

Marcá la opción correcta.

1. Teniendo en cuenta que:

$\hat{\alpha} = 76° \, 18''$ $\quad \hat{\beta} = 104° \, 27' \, 36''$ $\quad \hat{\gamma} = 44° \, 52'$

I. ¿Cuánto mide el complemento de $\hat{\alpha}$?

- ☐ 13° 42′
- ☐ 13° 59′ 42″
- ☐ 103° 42′
- ☐ 103° 59′ 42″

II. ¿Cuánto mide el suplemento de $\hat{\gamma}$?

- ☐ 45° 8′
- ☐ 45° 59′ 8″
- ☐ 135° 8′
- ☐ 135° 59′ 8″

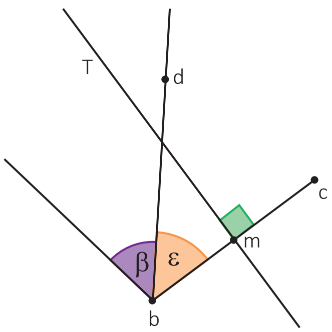
III. ¿Cuánto mide la tercera parte de $\hat{\beta}$?

- ☐ 34° 57′ 20″
- ☐ 35° 3′ 12″
- ☐ 34° 49′ 12″
- ☐ 313° 22′ 48″

IV. ¿Cuánto mide el doble de $\hat{\alpha}$?

- ☐ 38° 9″
- ☐ 38° 9′
- ☐ 152° 36″
- ☐ 152° 36′

2. En el dibujo, $\hat{\beta} = \hat{\varepsilon}$ y $\overline{bm} = \overline{mc}$.



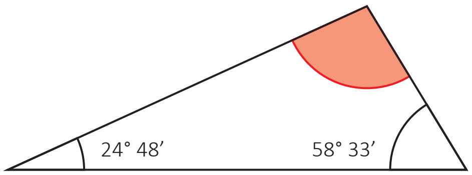
I. ¿Qué opción corresponde a $\overrightarrow{bd}$?

- ☐ Bisectriz de $\hat{b}$.
- ☐ Bisectriz de $\hat{m}$.
- ☐ Mediatriz de $\overline{bc}$.
- ☐ Ninguna de las anteriores.

II. ¿Qué opción corresponde a la recta T?

- ☐ Mediatriz de $\overline{bc}$.
- ☐ Mediatriz de $\overline{bd}$.
- ☐ Bisectriz de $\hat{b}$.
- ☐ Bisectriz de $\hat{m}$.

3. Observá este triángulo.



I. ¿Cuánto mide el ángulo rojo?

- ☐ 6° 39′
- ☐ 83° 21′
- ☐ 96° 39′
- ☐ 121° 27′

II. ¿Qué clase de triángulo es según sus ángulos?

- ☐ Acutángulo.
- ☐ Rectángulo.
- ☐ Escaleno.
- ☐ Obtusángulo.

III. ¿Qué clase de triángulo es según sus lados?

- ☐ Equilátero.
- ☐ Isósceles.
- ☐ Escaleno.
- ☐ Rectángulo.

4. Uno de los ángulos interiores de un rombo mide 56° 30′. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores no opuestos a él?

- ☐ 56° 30′
- ☐ 123° 30′
- ☐ 247°
- ☐ 303° 30′

5. ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un polígono de 15 lados?

- ☐ 24°
- ☐ 2.340°
- ☐ 2.700°
- ☐ 4.680°

6. Considerá un dodecágono regular.

I. ¿Cuánto mide el ángulo central?

- ☐ 30°
- ☐ 36°
- ☐ 1.800°
- ☐ 2.160°

II. ¿Cuánto mide cada ángulo interior?

- ☐ 30°
- ☐ 150°
- ☐ 1.800°
- ☐ 2.160°

Controlá tus respuestas en la página 157.